



Code épreuve : 298

BANQUE COMMUNE D'ÉPREUVES

CONCOURS D'ADMISSION DE 2013

Conception : ECOLE DE HAUTES ETUDES COMMERCIALES DU NORD

MATHEMATIQUES

La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Les candidats sont invités à encadrer dans la mesure du possible les résultats de leurs calculs.

Ils ne doivent faire usage d'aucun document : l'utilisation de toute calculatrice et de tout matériel électronique est interdite. Seule l'utilisation d'une règle graduée est autorisée.

Si au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il la signalera sur sa copie et poursuivra sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il sera amené à prendre

Exercice 1

On se propose d'étudier la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$, définie par la donnée de $u_0 = 0$ et par la relation, valable

pour tout entier naturel n : $u_{n+1} = \frac{u_n^2 + 1}{2}$.

- 1) a) Montrer que, pour tout entier naturel n , on a : $0 \leq u_n \leq 1$.
b) Étudier les variations de la suite (u_n) .
c) Dédire des questions précédentes que la suite (u_n) converge et donner sa limite.
- 2) a) Écrire une fonction Pascal qui renvoie la valeur de u_n .
b) En déduire un programme, rédigé en **Scilab**, qui permet de déterminer et d'afficher la plus petite valeur de n pour laquelle on a : $0 < 1 - u_n < 10^{-3}$.
- 3) Pour tout entier naturel n , on pose $v_n = 1 - u_n$.
 - a) Pour tout entier naturel k , exprimer $v_k - v_{k+1}$ en fonction de v_k .
 - b) Simplifier, pour tout entier naturel n non nul, la somme $\sum_{k=0}^{n-1} (v_k - v_{k+1})$.
 - c) Donner pour finir la nature de la série de terme général v_n^2 ainsi que la valeur de $\sum_{n=0}^{+\infty} v_n^2$.