



Une semaine, un classique #1

D'après EDHEC 2020 (ECS)

La suite $\left(\sum_{k=1}^n \frac{1}{k} - \ln(n)\right)$ et la constante γ d'Euler Mascheroni

Considérons les suites (u_n) et (w_n) définies par : $\forall n \in \mathbb{N}^*$,

$$u_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k} - \ln(n) \quad \text{et} \quad w_n = u_{n+1} - u_n$$

Exercice 1

Montrer que : $\forall k \in \mathbb{N}^*$, $\frac{1}{k+1} \leq \ln(k+1) - \ln(k) \leq \frac{1}{k}$

Exercice 2

Déterminer le signe et le sens de variations de la suite (u_n) . Que peut-on conclure ?

Exercice 3

Montrer que la série $\sum w_n$ converge. Que peut-on conclure ?