



Une semaine, un classique #4

D'après Maths HEC I 2018

Le théorème de Riemann – Lebesgue

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \int_a^b f(t) \sin(xt) dt = 0$$

Soient deux réels a et b tels que $a < b$ et f une fonction de classe C^1 sur $[a, b]$

Exercice 1

À l'aide d'une intégration par parties, montrer que :

$$\exists K \in \mathbb{R}, \forall x \in \mathbb{R}_+, \left| \int_a^b f(t) \sin(xt) dt \right| \leq \frac{K}{x}$$

Exercice 2

En déduire que :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \int_a^b f(t) \sin(xt) dt = 0$$

(On obtient mutatis mutandis $\lim_{x \rightarrow +\infty} \int_a^b f(t) \cos(xt) dt = 0$)