Quelques rappels de cours :

- Soit f une fonction continue sur [a ; b], et F une primitive de f sur [a ; b] on note l'intégrale de a à b de f par : $\int_a^b f(x)dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$

- Soit (a,b) appartenant à [a ; b], $\int_b^a f(x)dx = -\int_a^b f(x)dx$

- Toute fonction **continue** sur R admet des **primitives** sur R

- Si pour tout réel x, $F(x) = \int_a^x f(t)dt$ alors F est la primitive de f sur R qui s'annule en a, donc F est de classe C^1 et F'(x) = f(x).

Comment calculer une intégrale ?

- Grâce à sa **primitive** (résolution basique d'une intégrale).

- Grâce à la **relation de Chasles** : $\int_a^b f(x)dx + \int_b^c f(x)dx = \int_a^c f(x)dx$

- Grâce à la **linéarité** de l'intégration :
    - $\int_a^b kf(x)dx = k\int_a^b f(x)dx$
    - $\int_a^b \big(f(x) + g(x)\big)dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$

- Grâce à un **changement de variable**
    - $\int_{u(a)}^{u(b)} f(x)dx = \int_a^b f\big(u(t)\big) \times u'(t)dt$

- Grâce à une ou **plusieurs Intégration Par Partie** (IPP)
    - $\int_a^b u(x)v'(x)dx = [u(x)v(x)]_a^b - \int_a^b u'(x)v(x)dx$
    Avec u et v deux fonctions de classe C^1 sur [a ; b].**u** est plus souvent une fonction logarithme ou polynomiale, et **v** est plus souvent une fonction exponentielle ou polynomiale.

Comment montrer qu'une intégrale à borne(s) infinie(s) converge ?

- $\int_a^{+\infty} f(x)dx$ ***converge*** $lorsque \lim_{t \to +\infty} \int_a^t f(x)dx\ est\ finie$ (De même pour une borne -∞)

- Grâce au **théorème de comparaison globale** :
    - Soit f et g deux fonctions continues sur [a ; +∞], soit $0 \ll f(t) \ll g(t)$:
    - Si $\int_a^{+\infty} g(t)dt\ converge\ alors\ \int_a^{+\infty} f(t)dt\ converge\ et\ 0 \ll \int_a^{+\infty} f(t)dt \ll \int_a^{+\infty} g(t)dt$

- Grâce au **théorème de comparaison locale** :
    - Soit f et g deux fonctions continues sur [a ; +∞], soit $0 \ll f(t) \ll g(t)$:
    - Si f est négligeable devant g au voisinage de +∞ et si $\int_a^{+\infty} g(t)dt$ ***converge*** $alors\ \int_a^{+\infty} f(t)dt\ converge$

Comment montrer qu'une fonction définie par une intégrale est de classe C^1 et calculer sa dérivée ?

- Soit, pour tout réel x, $f(x) = \int_2^{2x} g(t)dt$, la démonstration passe en **5 étapes** :
    1) Montrer que g est continue sur R
    2) Cela nous permet de d'affirmer que g a des primitives sur R
    3) Soit G une de ses primitives, on a alors $f(x) = \int_2^{2x} g(t)dt = G(2x) - G(2)$
    4) Or comme G'=g et que g est continue, nous pouvons dire que G est de classe C^1
    5) Donc f est de classe C^1. On a alors $f' = G'o\,u \times u'$ (puisque G'(2) = 0) donc $f'(x) = g(2x) \times 2$