PREPA Option Maths appliquées

Mathématiques appliqués Mathématiques

MOUSSA

Note de délibération : 17.93 / 20

Prénom (s) MOUSSA

17.93 / 20

Ecricome Épreuve : Mathématiques

Sujet ☐ 1 ou ☐ 2
(Veuillez cocher le N° de sujet choisi)

Les feuilles dont l'entête d'identification n'est pas entièrement renseigné ne seront pas prises en compte pour la correction.

Feuille 01 / 07

Numéro de table 66

Exercice 1 :

1) X donne le numéro de la première boule tirée.

on a donc $X(\Omega) = [\![1, n]\!]$

et on ~~peut~~ tire une boule de manière équiprobable

donc $X \sim \mathcal{U}[\![1, n]\!]$

donc $E(X) = \dfrac{n+1}{2}$

et $V(X) = \cancel{\dfrac{(n-1)^2}{12}}$ $\dfrac{n^2-1}{12}$

2) ~~On~~ Soit $k \in [\![1, n]\!]$ Si $X = k$,

alors on a $Y(\Omega) = [\![1, k]\!]$

NE RIEN ÉCRIRE

DANS CE CADRE

17.93 / 20

~~2~~ 3)

Si $[X=k]$ est réalisé.

alors la première boule tirée est la boule k.

On tire alors toutes les boules suivantes et on les place dans l'autre urne :

~~on tire~~ une boule 1, deux boules 2, etc, jusqu'à k.

donc on a $1+2+\dots+k = \sum_{j=1}^{k} j = \frac{k(k+1)}{2} = \cancel{\binom{k}{2}}$ boules

dans la seconde urne

3)a) Soit $j \in [\![1,n]\!]$,

~~Si $j \leq k$,~~

~~alors $P_{(X=k)}(Y=j) = 1$~~

Si $j > k$

$\boxed{P_{(X=k)}(Y=j) = 0}$

car ~~on ne peut~~ il n'y a pas de boule j dans la seconde urne

Si $j \leq k$,

On a j boules numérotées j sur un total de $\cancel{\binom{k}{2}}$ $\frac{k(k+1)}{2}$

donc $\boxed{P_{(X=k)}(Y=j) = \frac{j}{\cancel{\binom{k}{2}} \frac{k(k+1)}{2}} = \frac{2j}{k(k+1)}}$

Soit $k \neq 0$

4) a) On a

$$\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} = \frac{k+1-k}{k(k+1)} = \frac{1}{k(k+1)}$$

donc on a $\boxed{a = 1 \text{ et } b = -1}$

4) b) Soit $j \in Y(\Omega)$

la famille $[X = k]_{k \in [\![1,n]\!]}$ est un système complet d'évènements

donc d'après la formule des probabilités totales :

$$P(Y=j) = \sum_{k=1}^{n} P(X=k) P_{(X=k)}(Y=j)$$

$$= \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} P_{(X=k)}(Y=j) = \frac{1}{n} \sum_{k=j}^{n} \frac{2j}{k(k+1)}$$

donc $P(Y=j) = \frac{2j}{n} \sum_{k=j}^{n} \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \right)$

(linéarité de la somme) $= \frac{2j}{n} \left(\sum_{k=j}^{n} \frac{1}{k} - \sum_{k=j+1}^{n+1} \frac{1}{k+1} \right)$

$= \frac{2j}{n} \left(\frac{1}{j} - \frac{1}{n+1} \right)$

$= \frac{2\cancel{j}(n+1-j)}{n\cancel{j}(n+1)}$

$$\boxed{P(Y=j) = \frac{2(n+1-j)}{n(n+1)}}$$

~~5)~~ ~~2)~~ Revenons à la question 2.

$\boxed{\text{On a } Y(\Omega) = [\![1,n]\!]}$ car on a toujours la possibilité de tirer la boule 1, ~~la boule 2~~ la boule n et tout les cas intermédiaires.

5) ~~On~~ On a $Y(\Omega) = [\![1,n]\!]$

donc le support de Y est dénombrable, donc Y admet une espérance.

Prénom (s) MOUSSA

17.93 / 20

Ecricome Épreuve : Mathématiques

Sujet ☐ 1 ou ☐ 2
(Veuillez cocher le N° de sujet choisi)

Les feuilles dont l'entête d'identification n'est pas entièrement renseigné ne seront pas prises en compte pour la correction.

Feuille 02 / 07

Numéro de table 66

On a $E(Y) = \sum_{k=1}^{n} kP(Y=k)$

$= \sum_{k=1}^{n} \frac{2k(n+1-k)}{n(n+1)}$

$= \frac{2\cancel{(n+1)}}{n\cancel{(n+1)}} \sum_{k=1}^{n} k - \frac{2}{n(n+1)} \sum_{k=1}^{n} k^2$

$= \frac{\cancel{n}(n+1)}{2\cancel{n}} - \frac{2\cancel{n(n+1)}(2n+1)}{6\cancel{n(n+1)}}$

$= \frac{n+1}{2} - \frac{2n+1}{3}$

$= \frac{3n+3-4n-2}{6} = \frac{-n+1}{6}$

j'admets.

NE RIEN ÉCRIRE

DANS CE CADRE

17.93 / 20

6)a) Soit $(k,j) \in [\![1,n]\!]^2$

~~On a~~

Si par exemple $j=2$ et $k=1$

$\cancel{P(X=}\ P_{(X=k)}(Y=j)=0 \neq P(Y=2)$

donc X et Y ne sont pas indépendantes.

7)a) ~~les~~ X et Y ont un support fini, donc XY admet une espérance

$$\text{On a } E(XY)=\sum_{k=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} kj\,P(X=k\cap Y=j)$$

$$=\sum_{k=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}\frac{kj}{nk(k+1)}$$

$$=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{n(k+1)}\sum_{j=1}^{k} j$$

$$=\sum_{k=1}^{n}\frac{k(k+1)}{2n(k+1)}=\frac{1}{2n}\sum_{k=1}^{n}k=\frac{n(n+1)}{4n}$$

j'admets encore le résultat.

7)b) On a donc

$$\mathrm{Cov}(X,Y) = E(XY) - E(X)E(Y)$$

$$= \frac{(n+1)(4n+5)}{18} - \left(\frac{n+1}{2}\right) \times \left(\frac{n+2}{3}\right)$$

$$= (n+1)\left(\frac{4n+5}{18} - \frac{n+2}{6}\right)$$

$$= (n+1)\left(\cancel{24n+30}\frac{4n+5}{18} - \frac{3n+6}{18}\right)$$

$$\boxed{\mathrm{Cov}(X,Y) = \frac{(n+1)(n-1)}{18} = \frac{n^2-1}{18}}$$

8)a)

```
def seconde urne (k):
    L = []
    if k ==0
        return ~~rien~~ L
    for i in range (k)
        L.append (k)*k
    return L.
```

8)b)

```
import numpy.random as rd
def simul_XY (n):
    X = rd.randint (1, n+1)
    urne 2 = seconde_urne (X)
    nb = len (urne2)
    i = rd.randint (0, nb)
    Y = i
    return X, Y
```

8) c) ~~def function (n) :~~
~~liste = [0]*n~~

elles permettent d'estimer ~~la probabilité que l'on obtienne~~ le nombre de fois, en réalisant 10000 épreuves, que l'on obtient chaque ~~une~~ ~~urne~~ boule.

9) a)

On a réalisé une droite de régression linéaire, de la forme

$y = a\bar{x} + b$

Où $a = \frac{S_{xy}}{S_x \times S_y}$ est le coefficient de corrélation linéaire

et $\bar{x}$ la moyenne empirique des valeurs de X
le théorème qui justifie est la loi faible des grands nombres.

j'admets le résultat.

Exercice 2 :

1) a) Soit $x \in \mathbb{R}^{+*}$,

f est dérivable ~~comme~~ ~~qt~~ sur $\mathbb{R}^{+*}$ comme ~~somme~~ quotient de fonctions dérivables sur $\mathbb{R}^{+*}$.

Prénom (s) MOUSSA

17.93 / 20

ecricome Épreuve : Mathématiques

Sujet ☐ 1 ou ☐ 2
(Veuillez cocher le N° de sujet choisi)

Les feuilles dont l'entête d'identification n'est pas entièrement renseigné ne seront pas prises en compte pour la correction.

Feuille 03 / 07

Numéro de table 66

On a $f'(x) = \dfrac{\frac{1}{2}e^{x/2} \times \sqrt{x} - e^{x/2} \times \frac{1}{2\sqrt{x}}}{(\sqrt{x})^2}$

$$= \frac{\frac{\sqrt{x}e^{x/2}}{2} - \frac{e^{x/2}}{2\sqrt{x}}}{x}$$

$$= \frac{\frac{e^{x/2}}{2}\left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)}{x}$$

$$= \frac{e^{x/2}(x-1)}{2x\sqrt{x}}$$

$$= \boxed{\frac{(x-1)}{2x} f(x)}$$

1)b) Soit $x > 0$,

On a clairement $f(x) > 0$ (quotient de quantités strictements positives)

et $\dfrac{x-1}{2x} > 0 \Leftrightarrow x > 1$

NE RIEN ÉCRIRE

DANS CE CADRE

17.93 / 20

d'où :

x	0		1		$+\infty$
Signe de $f(x)$	||	$-$	0	$+$	
	|| $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$	↘	$f(1)=\sqrt{e}$	↗	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

On a

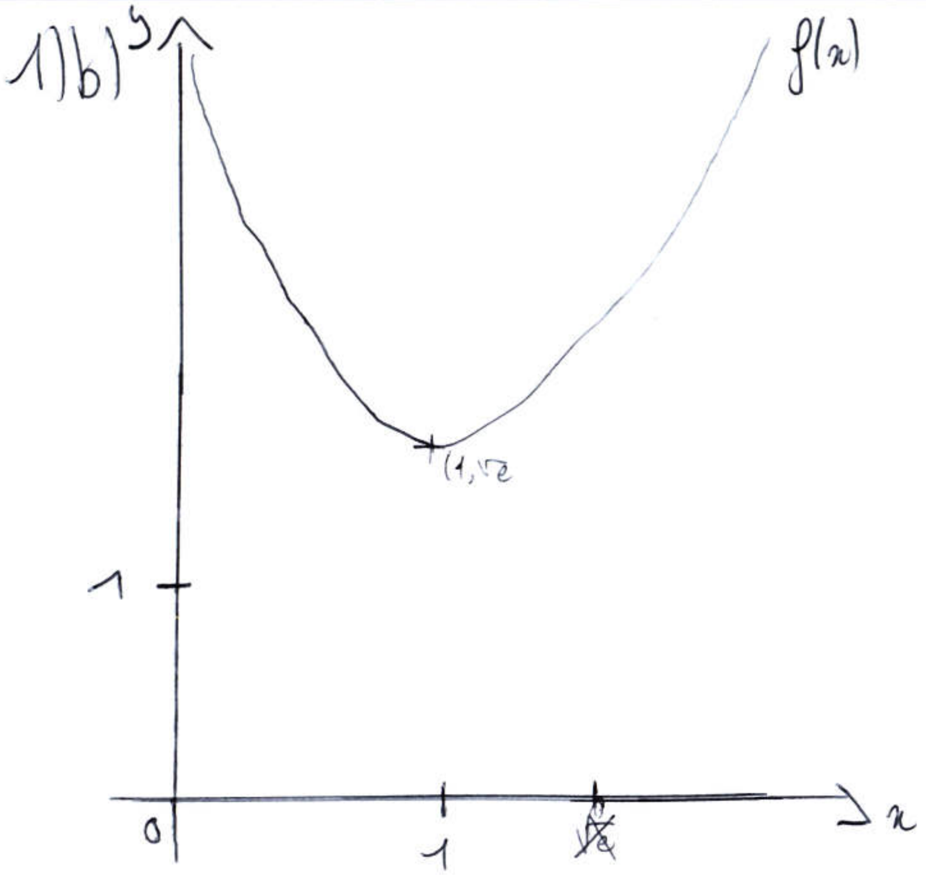
$$\frac{e^{\frac{x}{2}}}{\sqrt{x}} = \frac{(e^{x})^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{x}} \xrightarrow[x\to+\infty]{} +\infty \quad \text{par croissances comparées.}$$

et ~~lim~~ $\dfrac{e^{\frac{x}{2}}}{\sqrt{x}} \underset{x\to 0^+}{\sim} \dfrac{1}{\sqrt{x}}$

Or $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{1}{\sqrt{x}} = +\infty$

donc $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = +\infty$

1)b)



1)d) Soit $x > 0$, Soit $n \geq 2$.

Sur $]0,1[$, f est continue et strictement décroissante. Elle réalise alors une bijection de $]0,1[$ sur $]\sqrt{e}, +\infty[$

Or $2 < e < 3$

donc $\underbrace{\sqrt{2} < \sqrt{e} < \sqrt{3}}_{\text{stricte croissance de } x \mapsto \sqrt{x}} \underbrace{<}_{\text{car } \sqrt{3} \simeq 1,71} 2 \leq n$

donc :

$\forall n \in \mathbb{N}, n \geq 2 \; \exists! \; x \in]0,1[\; / \; f(x) = n$

Sur $]1,+\infty[$ f est continue et strictement croissante. Donc

elle réalise une bijection de $]1,+\infty[$ sur $]\sqrt{e},+\infty[$

Or $n > \sqrt{e}$

donc : ~~∃!~~ $\forall n \geq 2$, $\exists!\, x \in]1,+\infty[\,/\, f(x)=n$

on a enfin $f(1)=\sqrt{e} < n$ donc 1 n'est pas solution.

[donc on a exactement deux solutions à l'équation $f(x)=n$ sur $]0,+\infty[$]

On a $u_n > 0$ car $f(u_n)=n$ et $\lim_{x \to 0^+} f(x) = +\infty$ et f est décroissante sur $]0, u_n]$

On a $f(u_n) = n > 2 > \sqrt{e} = f(1)$

donc $u_n < 1$

on a aussi

$f(v_n) = n > \sqrt{e} = f(1)$ donc $v_n > 1$ car f est croissante sur $[1, v_n]$

[d'où :

$$0 < u_n < 1 < v_n$$]

2)a)

Prénom (s) MOUSSA

17.93 / 20

Ecricome Épreuve : ....

Sujet ☐ 1 ou ☐ 2
(Veuillez cocher le N° de sujet choisi)

Les feuilles dont l'entête d'identification n'est pas entièrement renseigné ne seront pas prises en compte pour la correction.

Feuille 04 / 07

Numéro de table 66

~~Soit~~ 2)a) Soit ~~$n \in \mathbb{N}$~~ $n \geq 2$, on pose $\mathcal{P}(n)$: " $v_n \leq v_{n+1}$ "

I : $n = 2$

On a on a $f(v_2) = 2$

donc $v_2 = f^{-1}(2)$

et $v_3 = f^{-1}(3)$

Or f^{-1} est ~~strictem~~ croissante, et $2 < 3$

donc $v_2 < v_3$

H : Soit ~~$n \in \mathbb{N}$~~ $n \geq 2$, supposons $\mathcal{P}(n)$ vraie.

On a u_n

j'admets la récurrence. Je fais autrement.

NE RIEN ÉCRIRE

DANS CE CADRE

17.93 / 20

On a

$$f(v_n) = n \quad \text{donc} \quad v_n = f^{-1}(n)$$

et $f(v_{n+1}) = n+1$ donc $v_{n+1} = f^{-1}(n+1)$

Or $n \leq n+1$ et f^{-1} est strictement croissante sur $]\sqrt{e}, +\infty[$

donc $v_n \leq v_{n+1}$
donc (v_n) est ~~strictement~~ croissante

2)b) ~~Suppos~~ Soit $n \geq 2$,

Suppons qu'il existe ℓ tel que $\lim_{n \to +\infty} v_n = \ell$.

~~alors ℓ vérifie~~

~~alors lorsque x tend vers $+\infty$,~~

alors, par continuité de f en ℓ, on a

$$\lim_{n \to +\infty} f(v_n) = f(\ell)$$

autrement dit: $\lim_{n \to +\infty} n = f(\ell)$ ce qui est absurde

3)a) Soit $n \geq 2$

On a $f(u_n) = n$ donc $u_n = f^{-1}(n)$

et $f(u_{n+1}) = n+1$ donc $u_{n+1} = f^{-1}(n+1)$

Or $u_n \in]0,1[$.

~~donc~~ et f est décroissante sur cette intervalle

alors $f^{-1}(n+1) \leq f^{-1}(n)$

donc $u_{n+1} \leq u_n$

donc (u_n) est décroissante

3)b) Soit ~~$n \in \mathbb{N}$~~ $n \geq 2$,

(u_n) est décroissante et minoré par 0. donc d'après le théorème de limite monotone, (u_n) converge.

3)c) On suppose que ~~$\ell > 0$~~ $0 < \ell \leq 1$

on a alors $\lim_{n \to +\infty} u_n = \ell > 0$

donc $\lim_{n \to +\infty} f(u_n) = f(\ell)$ car f est continue en ℓ

donc $\lim_{n \to +\infty}$ ~~f~~ $n = f(\ell)$

Or $0 < \ell \leqslant 1$

et f atteint $+\infty$ en 0,

alors la proposition $f(f(n \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} f(\ell))$ est fausse (car $\ell \neq 0$)

donc on a bien $\ell = 0$.

3)d)

J'admets que $n^2 u_n \underset{n\to+\infty}{\Longleftrightarrow} 1$

donc on a $\lim_{n\to+\infty} \frac{u_n}{\frac{1}{n^2}} = 1$

donc $u_n \underset{n\to+\infty}{\sim} \frac{1}{n^2}$

4)a)

```
import numpy as np:

def approx_u(n, eps):
    a = 0
    b = 1
    while ~~f(a)*f(b) > 0~~: b - a > eps :
        c=(a+b)/2
        if np.exp(c/2)/np.sqrt(c) <n :
            c = a
        else:
            c = b
    return (a+b)/2
```

Prénom (s) MOUSSA

17.93 / 20

Ecricome Épreuve : Mathématiques

Sujet ☐ 1 ou ☐ 2
(Veuillez cocher le N° de sujet choisi)

Les feuilles dont l'entête d'identification n'est pas entièrement renseigné ne seront pas prises en compte pour la correction.

Feuille 5 / 07

Numéro de table 66

4)b)

```
def Sp(N, eps):
    S = 0
    for k in range(N):
        S = S + approx_u(k, eps)
    return S
```

Exercice 3 :

1) Soit $(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4) \in \mathbb{R}^4 / \sum_{k=1}^{n} \lambda_k u_k = 0$

On a $\sum_{k=1}^{n} \lambda_k u_k = 0 \iff \begin{cases} -\lambda_1 + \lambda_4 = 0 \\ \lambda_1 - \lambda_2 + \lambda_3 = 0 \\ \lambda_2 + \lambda_3 = 0 \\ \lambda_1 + \lambda_4 = 0 \end{cases}$

$\iff \begin{cases} \lambda_1 - \lambda_2 + \lambda_3 = 0 \\ \lambda_2 + \lambda_3 = 0 \\ \lambda_1 = \lambda_4 = -\lambda_4 \end{cases} \iff \begin{cases} \lambda_1 = \lambda_4 = 0 \\ \lambda_2 = \lambda_3 \\ \lambda_2 = -\lambda_3 \end{cases}$

$\iff \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_4 = 0$

NE RIEN ÉCRIRE

DANS CE CADRE

17.93 / 20

donc la famille (v_1, v_2, v_3, v_4) est libre

cette famille contient 4 vecteurs non liés, donc elle est génératrice de $\mathbb{R}^4$.

$\boxed{\text{donc } B \text{ est une base de } \mathbb{R}^4.}$

1)b) Soit $(x,y,z,t) \in \mathbb{R}^4$

on a

~~$f((-1,1,0,1)) =$~~

$A\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

On a $f(x,y,z,t) = (x+t, x+y+z, x+y+z, x+t)$

donc $f(-1,1,0,1) = (0,0,0,0)$

$f((0,-1,1,0)) = (0,0,0,0)$

$f((0,1,1,0)) = (0,2,2,0) = 2v_3$

$f((1,0,0,1)) = (2,1,1,2) = \cancel{x} v_3 + 2v_4$

D'où :

$$\begin{array}{c|c} \begin{matrix} f(v_1) & f(v_2) & f(v_3) & f(v_4) \end{matrix} & \\ Mat(f, B) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} & \begin{matrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{matrix} \end{array}$$

1)c)
On a désormais deux matrices de f dans deux bases différentes

donc d'après le théorème de changement de base,

en posant $P = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

et $T = Mat(f, B)$ triangulaire

on a $A = PTP^{-1}$

2)a)
On a $A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

On a donc

$$A^3 = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 & 4 \\ 8 & 4 & 4 & 4 \\ 8 & 4 & 4 & 4 \\ 4 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

et on a

$$4A^2 - 4A = \begin{pmatrix} 8 & 0 & 0 & 8 \\ 12 & 8 & 8 & 4 \\ 12 & 8 & 8 & 4 \\ 8 & 0 & 0 & 8 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 & 4 \\ 4 & 4 & 4 & 0 \\ 4 & 4 & 4 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\boxed{= A^3}$$

2)b) Soit $n \in \mathbb{N}^*$, on pose $\mathcal{P}(n)$: " il existe a_n et b_n tels que $A^n = a_n A^2 + b_n A$ "

I : On a $A^1 = A$

donc en posant $a_1 = 0$ et $b_1 = 1$

on a $A = a_1 A^2 + b_1 A$

H : Soit $n \in \mathbb{N}^*$, supposons $\mathcal{P}(n)$ vraie.
On a

Prénom (s) MOUSSA

17.93 / 20

Écricome Épreuve : Mathématiques

Sujet ☐ 1 ou ☐ 2
(Veuillez cocher le N° de sujet choisi)

Les feuilles dont l'entête d'identification n'est pas entièrement renseigné ne seront pas prises en compte pour la correction.

Feuille 06 / 07

Numéro de table

On a

$$A^{n+1} = A^n A$$

$$= (a_n A^2 + b_n A)A$$

$$= a_n A^3 + b_n A^2$$

$$= a_n(4A^2 - 4A) + b_n A^2$$

$$= 4a_n A^2 - 4a_n A + b_n A^2$$

$$= (4a_n + b_n)A^2 - 4a_n A$$

donc en posant $\begin{cases} a_{n+1} = 4a_n + b_n \\ b_n = -4a_n \end{cases}$

on a $\mathcal{P}(n+1)$.

NE RIEN ÉCRIRE

DANS CE CADRE

17.93 / 20

C : Par récurrence, il existe (a_n) et (b_n) ~~qui~~ avec $a_{n+1} = 4a_n + b_n$ et $b_{n+1} = -4a_n$

qui vérifient $A^n = a_n A^2 + b_n A$

3)a) Soit $n > 0$

on a $a_{n+2} = 4a_{n+1} + b_{n+1}$

$\cancel{= 4(4a_n + b_n) - 4a_n}$

$= 4a_{n+1} - 4a_n$ car $b_{n+1} = -4a_n$

3)b) Soit $n > 0$,

on résout l'équation caractéristique $x^2 - 4x + 4 = 0$

or a $x^2 - 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow (x-4)^2 = 0$
$\Leftrightarrow x = 4$

donc il existe $(\lambda, \mu) \in \mathbb{R}^2 \,/\, \forall n \in \mathbb{N}^*, a_n = (\lambda + \mu n) 4^n$

Or $a_1 = 0$ donc $4(\lambda + \mu) = 0$
et $a_2 = 1$ donc $(2\mu + \lambda) = \frac{1}{16}$

donc $\begin{cases} \lambda = -\mu \\ \mu = \frac{1}{16} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = -\frac{1}{16} \\ \mu = \frac{1}{16} \end{cases}$

~~do~~ d'où :

$$\boxed{\forall n \in \mathbb{N}^*,\ a_n = \left(\cancel{\frac{1}{16}} + \left(\frac{n \cancel{+} - 1}{16}\right)\right) 4^n = (n-1)\, 4^{n-2}}$$

3)c) Soit $n \in \mathbb{N}^*$,

d'après 3)b) on a alors

$$b_{n+1} = -4 \times 4^n \left(\frac{n-1}{16}\right)$$

donc $b_{n+1} = -4^{n+1}\left(\frac{n-1}{16}\right)$ avec ~~et~~ $b_1 = 1$

$= -4^{n-1}(n-1)$

~~on a~~ 4) Soit $n \in \mathbb{N}^*$

On a alors $A^n = (n-1)\, 4^{n-2} A^2 \cancel{+} - 4^{n-1}(n-1) A$

$$= \begin{pmatrix} (n-1)4^n \times 2 & 0 & 0\ (n-1)4^n \times 2 \\ 3 \times 4^n (n-1) & & (n-1)4^{n-2} \\ & & (n-1)4^{n-2} \end{pmatrix}$$

j'admets.

5) a) La matrice d'adjacence est la matrice dont les ~~co~~ coefficients donnent le nombre ~~de~~ d'arêtes qui relient deux sommets.

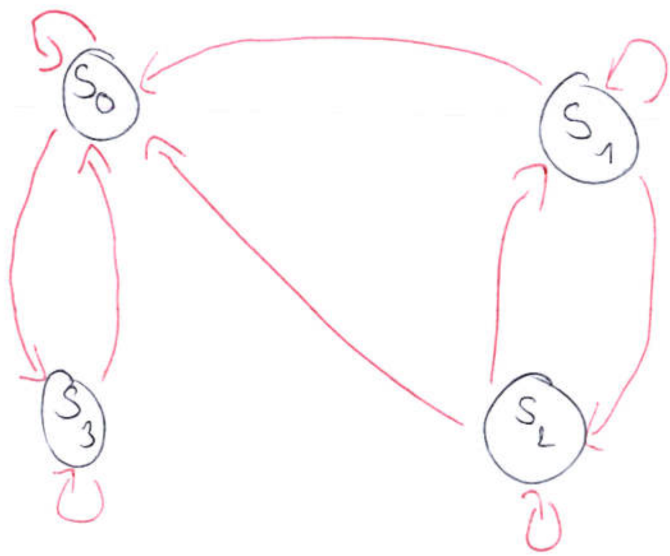
5) b)

~~6) a)~~

7)

```
def matrice_vers_liste(A):
    L = [ ]
    for k in range (len(A)):
        for j in range(len(A)):
            if A[i,j] == 1:
                L.append(i)
    return L
```

6) a) Le graphe G :



Prénom (s) MOUSSA

Écricome Épreuve : Mathématiques

Sujet ☐ 1 ou ☐ 2 (Veuillez cocher le N° de sujet choisi)

Les feuilles dont l'entête d'identification n'est pas entièrement renseigné ne seront pas prises en compte pour la correction.

Feuille 07 / 07

Numéro de table 66

17.93 / 20

6)b)

Tous les sommets du graphe sont atteignables : à partir de n'importe quel sommet, on peut arriver à n'importe quel autre sommet.

donc le graphe est connexe.

~~6)c)~~

8)a) Si on choisit s_1 comme sommet de départ,

alors dans le cas $n=4$

on aura distances = [1, 1, 1, 2]

8)b)

```
def parcours(L, i0)
→ p= len(L)
→ distances = []
→ distances [i0] = 0
→ a-explorer = p
→ marques = 0
→ while marques != 0 :
```

→ → s =

j'admets.

NE RIEN ÉCRIRE

DANS CE CADRE

17.93 / 20

Exercice 1:

3) b) Par élimination:

elle ne peut pas être la figure 3, car elle ne suit pas la trajectoire du nuage de points. (la 2ème ~~une~~ non plus).

en regardant les ordonnés de la figure 1, on voit que l'on peut avoir 25 ~~fois~~ boules, ce qui est absurde (car n = 20)

donc la figure 3 est celle correspondante.