

EXTRAIT - CONCOURS BLANC 2

MATHEMATIQUES

Exercice 4 :

Soient a et b deux réels, avec $b \neq 0$. On considère les matrices M et N définies par :

$$M = \begin{pmatrix} a & b & b & b \\ b & a & b & b \\ b & b & a & b \\ b & b & b & a \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad N = \begin{pmatrix} b & b & b & b \\ b & b & b & b \\ b & b & b & b \\ b & b & b & b \end{pmatrix}$$

1. a. Calculer N^2 .
- b. Démontrer que pour tout entier $k \geq 1$, il existe un réel u_k tel que $N^k = u_k \times N$.
- c. Déterminer u_k puis N^k en fonction de k . Cette formule est-elle valable pour $k = 0$?
2. Déterminer des réels x et y tels que $M = x.N + y.I$ où I est la matrice unité d'ordre 4.
3. En déduire pour tout entier $n, n \geq 1$, la valeur de M^n en fonction de I , de N et de n .