



Rapport Mathématiques ECT

Le sujet

Le sujet est composé de quatre exercices.

L'exercice 1 concerne l'étude d'une variable aléatoire X à densité, dont une densité est donnée par l'énoncé. On s'intéresse aussi à deux variables aléatoires fonction de X : $-X$ et X^2 . On montre que l'une suit une loi à densité usuelle et que l'autre est une variable aléatoire à densité.

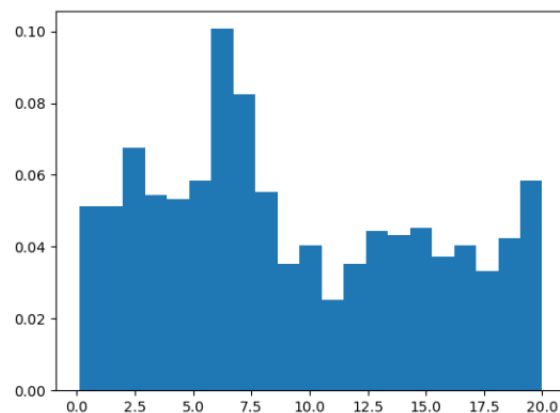
L'exercice 2 est un exercice d'algèbre et de probabilités. On diagonalise une matrice A de taille 3, puis on utilise le résultat obtenu pour étudier une suite de variables aléatoires discrètes. On peut ainsi déterminer le comportement de cette suite lorsque n est grand.

L'exercice 3 a pour but d'étudier deux versions d'un jeu impliquant deux variables aléatoires discrètes, et de savoir quelle version est la plus favorable au joueur. Des simulations de parties du jeu, obtenues à l'aide de Python, sont à compléter et à interpréter.

L'exercice 4 s'intéresse à l'étude d'une suite récurrente (u_n) linéaire d'ordre 2 à coefficients non constants. Dans une première question on étudie un modèle simplifié, sans second membre. Dans les questions suivantes, on revient au problème initial. On détermine les premiers termes de la suite à l'aide de Python, puis une expression explicite du terme général u_n pour tout $n \in \mathbb{N}$. Enfin, on se demande si il existe une variable aléatoire X à valeurs dans \mathbb{N} telle que, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$: $P(X = n) = \frac{\alpha}{nu_n}$, pour un certain réel α .

Répartition des notes

| | |
|--------------------|----------|
| moyenne | 9,19 |
| écart type | 5,614687 |
| minimum | 0,10 |
| premier quartile | 4,50 |
| médiane | 7,78 |
| troisième quartile | 14,25 |
| maximum | 20 |



Barème

- Exercice 1 : 18% , Exercice 2 : 25% , Exercice 3 : 25%, Exercice 4 : 32%.
- Informatique : 5%.
- Les questions rapportant le plus de points : Ex 1-5(b), Ex 2-3(b)-4(b), Ex 3-P1-1(b)-5(a), Ex 4-1(b)-2-7.
- Pour avoir 20, il fallait traiter correctement au moins 56% du sujet et pour avoir 16, 34%.

Remarques sur la correction

Exercice 1

La question 1a a rarement été traitée correctement, trop de candidats oublient de préciser que la fonction est dérivable avant d'en calculer la dérivée. Les erreurs de calculs ont eu un impact sur la question 1b).

La question 2 a été correctement traitée dans la plupart des copies.

À la question 4a), trop de candidats pensent que la fonction de répartition de la variable aléatoire $-X$ est $-F_X$. La méthode de détermination de la loi de $-X$ (ou X^2 en question 5) n'est pas maîtrisée.

Exercice 2

L'exercice 2 a été le mieux traité tant dans sa partie matricielle que dans sa partie probabilité.

À la question 1, les calculs de A^2 et $8A$ sont corrects sur la majorité des copies mais pour un certain nombre, la conclusion est $a = 12$.

À la question 2a), l'expression "Résoudre $AX = 6X$ " est confondue avec "Montrer que $AX = 6X$ ". La méthode de résolution d'un système linéaire par opérations élémentaires sur les lignes n'a pas été souvent utilisée. Dans la suite, les candidats manquent de rigueur : ils affirment que 2 et 6 sont valeurs propres sans parler de vecteurs propres associés par exemple.

La récurrence à la question 3c) et la formule des probabilités totales de la question 4b) ont été bien rédigées dans la plupart des copies.

Exercice 3

L'exercice 3 a trop souvent été traité de manière intuitive et non rigoureuse.

La question 1a) est fautive dans la grande majorité des cas. Certains candidats ont considéré $N = 2$ au lieu de $N \geq 2$.

La plupart des candidats ayant traité la première question Python ont eu tous les points.

Les candidats n'ont pas vu le lien entre la seconde question Python et le résultat de l'espérance (même pour ceux qui ont trouvé un résultat correct à l'espérance).

Exercice 4

L'exercice 4 a été le plus mal traité, la définition des suites (u_n) est (v_n) n'ayant pas toujours été comprise.

Peu de candidats ont réussi la récurrence de la question 1b).

La question Python a été réussie par très peu de candidats.

Les nombreuses erreurs de calculs des dérivées aux questions 5 et 6a) ont empêché les candidats d'accéder aux questions qui en découlent.

Conseils

- Apprenez bien votre cours et vos formules.
- Rendez une copie le plus propre possible. Entourez les résultats, soulignez les théorèmes utilisés.
- Maîtrisez les règles de calculs élémentaires (dérivation, produit matriciel,...)
- Soyez rigoureux dans vos raisonnements.