

# Copie anonyme - n°anonymat :

Code épreuve : 282

Nombre de pages : 22

Session : 2025

Épreuve de :

Mathématiques Approfondies

Consignes

- Remplir soigneusement l'en-tête de chaque feuille avant de commencer à composer
- Rédiger avec un stylo non effaçable bleu ou noir
- Ne rien écrire dans les marges (gauche et droite)
- Numéroté chaque page (cadre en bas à droite)
- Placer les feuilles A3 ouvertes, dans le même sens et dans l'ordre

## Partie I

① On procède par analyse-synthèse.

### Analyse

On suppose que il existe  $a_0 \in E$  tel que :

$$\forall x \in E, f(x) = \langle a_0, x \rangle_E$$

On a ainsi :

$$\forall x \in E, \langle a_0, x \rangle_E = f(x) = \sum_{i=1}^p f(e_i) \langle x, e_i \rangle_E = \left\langle \sum_{i=1}^p f(e_i) e_i, x \right\rangle_E$$

$\mathcal{B}_E$  est une base  
orthonormale de  $E$  et  $x \in E$

On admet  $\uparrow$   
unicité

Synthèse. On pose  $a_0 = \sum_{i=1}^p f(e_i) e_i$ .

On vérifie :

$$\begin{aligned} \forall x \in E, \left\langle \sum_{i=1}^p f(e_i) e_i, x \right\rangle_E &= \sum_{i=1}^p f(e_i) \langle e_i, x \rangle_E \\ &= f \left( \sum_{i=1}^p e_i \langle e_i, x \rangle_E \right) \\ &= f(x) \end{aligned}$$

Donc  $a_0$  convient.

Donc  $\exists! a_0 \in E, \forall x \in E, f(x) = \langle a_0, x \rangle_E$

Q<sub>2</sub>On pose  $f =$ 

On admet

Q<sub>3</sub>Soit  $(y_1, y_2, \lambda) \in F^2 \times \mathbb{R}$ . On vérifie:

$$u^*(y_1 + \lambda y_2) = z_{y_1 + \lambda y_2}$$

Or on a:

$$\forall x \in E, \langle z_{y_1 + \lambda y_2}, x \rangle_E = \langle u(x), y_1 + \lambda y_2 \rangle_F$$

$$= \langle u(x), y_1 \rangle_F + \lambda \langle u(x), y_2 \rangle_F$$

Par Q<sub>2</sub> on a qu'il existe un unique  $z_{y_1} \in E$  et un unique  $z_{y_2} \in E$  tel que :

$$\forall x \in E, \langle u(x), y_1 \rangle_F = \langle z_{y_1}, x \rangle_E \quad \text{et} \quad \langle u(x), y_2 \rangle_F = \langle z_{y_2}, x \rangle_E$$

Donc on a:

$$\forall x \in E, \langle x, z_{y_1 + \lambda y_2} \rangle_E = \langle z_{y_1}, x \rangle_E + \lambda \langle z_{y_2}, x \rangle_E$$

$$= \langle x, z_{y_1} + \lambda z_{y_2} \rangle_E$$

$$\text{On admet } z_{y_1 + \lambda y_2} = z_{y_1} + \lambda z_{y_2}$$

Q4 On a

On admet

On sait que la dimension de  $\text{Vect}(C_1(A), \dots, C_p(A))$ ,  
où  $(C_i(A))_{i \in \{1, \dots, p\}}$  désigne la  $i$ -ième colonne de  $A$ , et la dimension

de  $\text{Vect}(L_1(A), \dots, L_p(A))$  sont égales, avec  $(L_i(A))_{i \in \{1, \dots, p\}}$   
désignant la  $i$ -ième ligne de  $A$ .

$$\text{Donc } \text{Rg}({}^t A) = \text{Rg}(A)$$

$$\text{Donc } \text{Rg}(u^*) = \text{Rg}(u)$$

On a:

$$\text{Mat}_{\mathbb{D}_E, \mathbb{B}_F}((u^*)^*) = ({}^t A) = A$$

$$\text{Donc } (u^*)^* = u$$

Q5. On sait que  $p = \dim(E) < +\infty$ . Donc en vertu du  
théorème du rang:

$$\begin{aligned} p &= \text{Rg}(u) + \dim(\text{Ker}(u)) \\ &= \text{Rg}(u^*) + \dim(\text{Ker}(u)) \end{aligned}$$

Donc:

$$\text{Rg}(u^*) = p - \dim(\text{Ker}(u))$$

Or  $\text{Ker}(u)$  est un espace vectoriel de dimension finie.

Donc on a:

$$\dim(\text{Ker}(u)^\perp) = p - \dim(\text{Ker}(u)) = \text{Rg}(u^*)$$

Soit  $z_y \in \text{Im}(u^*)$ . Soit  $y \in F$  tel que  $u^*(y) = z_y$ .

Soit  $x \in \text{Ker}(u)$ . On a:

$$\langle x, z_y \rangle_E = \langle x, u^*(y) \rangle_E = \langle u(x), y \rangle_F = \langle 0, y \rangle_F = 0$$

Donc  $\text{Im}(u^*) \subseteq \text{Ker}(u)^\perp$

Par inclusion et égalité des dimensions :

$$\boxed{\text{Im}(u^*) = \text{Ker}(u)^\perp}$$

Q6

Soit  $x \in \text{Ker}(u)$ . On a :

$$u^* \circ u(x) = u^*(0) = 0$$

- Donc  $\text{Ker}(u) \subseteq \text{Ker}(u^* \circ u)$

Soit  $z \in E$  et  $x \in \text{Ker}(u^* \circ u)$ . On a :

$$0 = \langle z, \underbrace{u^*(u(x))}_{=0} \rangle_E = \langle u(z), u(x) \rangle_F$$

Q3

On prend en particulier  $z=x$  car  $\text{Ker}(u^* \circ u) \subseteq E$

Donc :

$$0 = \|u(x)\|_F^2 \Leftrightarrow \|u(x)\|_F = 0$$

$$\Leftrightarrow u(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow x \in \text{Ker}(u)$$

- Donc  $\text{Ker}(u^* \circ u) \subseteq \text{Ker}(u)$

$$\boxed{\text{Ker}(u^* \circ u) = \text{Ker}(u)}$$

Or  $\dim(E) < +\infty$ . Donc par le théorème des rangs :

$$p = \dim(\text{Ker}(u^* \circ u)) + \text{Rg}(u^* \circ u)$$

$$= \dim(\text{Ker}(u)) + \text{rg}(u^* \circ u)$$

$$= \dim(\text{Ker}(u^*)) + \text{rg}(u^* \circ u)$$

$$\text{rg}(u) \stackrel{(*)}{=} \text{rg}(u^*)$$

$$\Leftrightarrow$$

$$\dim(\text{Ker}(u)) = \dim(\text{Ker}(u^*))$$

Or par théorème du rang :

$$p = \dim(\text{Ker}(u^*)) + \text{rg}(u^*)$$

Donc :

$$\text{rg}(u^*) = \text{rg}(u^* \circ u)$$

# Copie anonyme - n°anonymat :

Emplacement  
QR Code

Code épreuve : 282

Nombre de pages : 22

Session : 2025

Épreuve de :

Mathématique Approfondies

Consignes

- Remplir soigneusement l'en-tête de chaque feuille avant de commencer à composer
- Rédiger avec un stylo non effaçable bleu ou noir
- Ne rien écrire dans les marges (gauche et droite)
- Numéroté chaque page (cadre en bas à droite)
- Placer les feuilles A3 ouvertes, dans le même sens et dans l'ordre

Soit  $z_y \in \text{IM}(u^* \circ u)$ . Soit  $y \in F$  tel que  $u^* \circ u(y) = z_y$

On pose  $\alpha = u(y) \in F$  et on a :

$$u^*(\alpha) = z_y$$

Donc  $z_y \in \text{IM}(u^*)$

Donc par inclusion et égalité des dimensions :

$$\boxed{\text{IM}(u^* \circ u) = \text{IM}(u^*)}$$

Q7 On a  $u$  et  $u^*$  qui sont des applications linéaires.

Donc  $w$  est linéaire.

En outre on a :

$$\begin{aligned} x \in \text{IM}(u^*) \cap \text{Ker}(w) &\Leftrightarrow u^* \circ u(x) = 0 \quad \text{d'après Q6} \\ &\Leftrightarrow u(x) = 0 \\ &\Leftrightarrow x \in \text{Ker}(u) \\ &\Leftrightarrow x \in \text{Ker}(u) \end{aligned}$$

Or  $x \in \text{IM}(u^*) = \text{Ker}(w)^\perp$

$$\text{Donc } \langle x, x \rangle = 0 \Leftrightarrow \|x\|^2 = 0 \Leftrightarrow \|x\| = 0 \\ \Leftrightarrow x = 0$$

Donc  $\text{Ker}(w) \cap \text{IM}(u^*) = \{0_E\}$  i.e.  $w$  est injective.



$$\text{Mat}_{\mathcal{B}}(\pi) = \begin{pmatrix} 1 & & \\ & \triangle & \\ & & 0 \end{pmatrix}$$

Donc  $\text{FR}(\text{Mat}_{\mathcal{B}}(\pi)) = \text{Rg}(u)$

Or on a un changement de base pair :

$$\text{Tr}(\text{Mat}_{\mathcal{B}}(\pi)) = \text{Tr}(Q) \quad \text{car } \forall (A, B) \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}), \text{Tr}(AB) = \text{Tr}(BA)$$

Donc  $\boxed{\text{Rg}(u) = \text{Tr}(Q)}$

Q9 On procède par double inclusion.

$\Leftarrow$  On suppose  $\text{Rg}(A) = p$

~~Donc  $\text{Tr}(Q) = \text{Rg}(u) = p$~~

On a :

$$\begin{aligned} \underbrace{{}^t A A X = 0}_{=M} &\Rightarrow {}^t X {}^t A A X = 0 \\ &\Leftrightarrow \langle AX, AX \rangle = 0 \\ &\Leftrightarrow AX = 0 \\ &\Leftrightarrow X \in \text{Ker}(A) \end{aligned}$$

Or  $\text{Rg}(A)$  donc par théorème du rang :

$$\dim(\text{Ker}(A)) = 0$$

Donc

$${}^t A A X = 0 \Rightarrow X = 0$$

Donc  ~~$M$  est injective~~  $Q: \begin{cases} \mathcal{M}_{p,p}(\mathbb{R}) & \rightarrow \mathcal{M}_{p,p}(\mathbb{R}) \\ X & \mapsto MX \end{cases}$

est injective donc bijective par corollaire du théorème du rang. Donc  $M$  est inversible

$\Rightarrow$  On suppose  $M$  inversible. On a :

$$\begin{aligned} \text{Rg}(A) = \text{Tr}(Q) &= \text{Tr}({}^t(AA)^{-1} Q ({}^t(AA))) \quad \text{d.o.a} \\ &= \text{Tr}({}^t(AA)^{-1} {}^t(AA)) \\ &= \text{Tr}(I_p) \\ &= p \end{aligned}$$

Ainsi:

$M$  est inversible  $\Leftrightarrow \text{Rg}(A) = p$

Q10) 10.a) ON a:

$$\text{Rg}(A) = p \Leftrightarrow M \text{ inversible}$$

$$\Leftrightarrow A \text{ inversible}$$

$$AM^{-1} \epsilon_A = A (\epsilon_{AA})^{-1} \epsilon_A = A (\epsilon_{AQ} A)^{-1} \epsilon_{AQ}$$

On admet

10.b) ON propose:

```
def Calcule_Q(A):  
    if al.matrix_rank(A) == p:  
        return np.dot(A, np.dot(al.inv
```

# Les bibliothèques sont déjà chargées dans l'énoncé

```
def Calcule_Q(A):  
    M = np.dot(np.transpose(A), A)  
    M_inv = al.inv(M)  
    if al.matrix_rank(A) == p:  
        return np.dot(A, np.dot(M_inv, np.transpose(A)))  
    else:  
        return "erreur"
```



Q13 Pour alléger les notations :

Par Q11 on a :

Soit  $x_0$  un vecteur propre associé à  $M$  et  $\lambda$  la valeur propre associée. On a alors :

$$0 \leq {}^t x_0 M x_0 = \lambda {}^t x_0 x_0 = \lambda \underbrace{\|x_0\|^2}_{\geq 0}$$

Ainsi on note :

$q_M : x \mapsto {}^t x M x = \langle x, Mx \rangle$  la forme quadratique associée à  $M$ .

Ainsi on a :

$$\forall x \in \mathcal{M}_{p,p}(\mathbb{R}), q_M(x) \geq 0 \Leftrightarrow Sp(M) \subseteq \mathbb{R}_+$$

En assimilant  $\mathbb{R}^p$  et  $\mathcal{M}_{p,p}(\mathbb{R})$  on a que  $\mathcal{M}_{p,p}(\mathbb{R})$  est un ouvert convexe  <sup>$\mathbb{R}^p$</sup>  (convexe car espace vectoriel et on a par stabilité de la combinaison linéaire de tout espace vectoriel que tout espace vectoriel est convexe).

On a donc puisque  $Sp(M) \subseteq \mathbb{R}_+$  :

△ inutile ⊕

$\Leftarrow$  On suppose  $D(x) = 0$

On a:  
 $J_0(x+h) - J_0(x) = \frac{1}{2} \epsilon_H H H \geq 0$

Donc :

$$\forall K \in \mathcal{U}_{\rho,1}(M), J_0(K) \geq J_0(x)$$

Donc  $x$  est le minimum global de  $J_0$ .

$\Rightarrow$  On suppose :  $\forall H \in \mathcal{U}_{\rho,1}(M), J_0(H) \geq J_0(x)$

Donc :  $\langle D(x), H \rangle + \underbrace{\frac{1}{2} \epsilon_H H H}_{\geq 0} \geq 0$

Donc  $\langle D(x), H \rangle \geq 0$

Donc  $\langle (Mx - \epsilon_A y), H \rangle \geq 0$

Donc  $\langle Mx, H \rangle \geq \langle \epsilon_A y, H \rangle$

Donc  $\epsilon_x \epsilon_A A H \geq \epsilon_y A H$

On admet

Q14

On admet

Q15 15a) On a:

$$0 = D(X) = MX - {}^tAY \quad \text{On a donc} \quad MX = {}^tAY = ({}^tAQ)Y$$

$$\text{donc} \quad {}^tAAX = {}^tAQY$$

$$\text{donc} \quad {}^tX {}^tAAX = {}^tX {}^tAQY$$

$$\text{donc} \quad \|AX\|^2 = \langle AX, QY \rangle$$

X On admet

15.b) On a par Q14:

~~$$X_0 \in \text{Ker}(A)^\perp \Rightarrow \begin{cases} X_0 \in \text{Ker}(A)^\perp \\ X - X_0 \in \text{Ker}(A) \end{cases}$$~~

On a:

$$\begin{cases} X_0 \in \text{Ker}(A)^\perp \text{ et } AX = QY \\ \text{let } x_0 \in \mathcal{S}_0 \end{cases}$$

$$\text{Donc} \quad {}^tAAX = {}^tAY \quad \text{donc} \quad {}^tAQY = {}^tAY$$

Q15.a)

X

# Copie anonyme - n°anonymat :

Code épreuve : 282

Nombre de pages : 22

Session : 2025

Emplacement  
QR Code

Épreuve de :

Mathématiques Approfondies

Consignes

- Remplir soigneusement l'en-tête de chaque feuille avant de commencer à composer
- Rédiger avec un stylo non effaçable bleu ou noir
- Ne rien écrire dans les marges (gauche et droite)
- Numéroté chaque page (cadre en bas à droite)
- Placer les feuilles A3 ouvertes, dans le même sens et dans l'ordre

Q15.c) On a  $M$  inversible. Donc on a :

$$\forall X \in \mathcal{S}_0, D(X) = 0 \quad \text{i.e.} \quad MX = {}^t AY$$

On a donc :

$$X = M^{-1} {}^t AY$$

Ainsi  $\mathcal{S}_0 = \{X\}$  avec  $X = M^{-1} {}^t AY$

Q16 16.a) On a :

$$T = \|AX - AV_0\|^2 = \|QY - Y + Z\|^2$$

$X \in \mathcal{S}_0$  donc

par Q15.a),  $AX = QY$

On admet

16.b) On propose :

```
# Les bibliothèques sont déjà chargées par l'énoncé.
def simulateT(A, sigma):
    — Z = Rd.Normal(0, sigma, np.shape(A)[0])
    — Q = Calcule_Q(A) # on utilise la question 10.b)
    — return (np.dot(Z, np.dot(Q, Z)))
# Pas besoin de transposer Z puisque Z est compris
# comme matrice colonne ou ligne par Python.
```

16.c) On constate une erreur. Le nom de la fonction devrait être `esperanceT`, au vu du test entre Q16.d) et Q16.e). On a donc :

```
def esperanceT(A, sigma):
    — p = np.shape(A)[0]
    — retour = 0 # compteur
    — for i in range(10000):
    — — T = simulateT(A, sigma)
    — —
```

```
def esperanceT(A, sigma):
    — p = np.shape(A)[0]
    — T = np.array([simulateT(A, sigma) for i in range(10000)])
    — return ((np.sum(T)) / 10000)
```

16.d) On conjecture que :

$$\boxed{E(T) = \sum_{\lambda \in \text{Sp}(A)} \dim(\text{Ker}(A - \lambda I_p)) = \text{Rg}(A)}$$

En effet,  $\text{Rg}(A_1) = 2$ ,  $\text{Rg}(A_2) = 3$  et  $\text{Rg}(A_3) = 5$

Puis on conjecture que  $E[T] = \text{Rg}(A_1) \Rightarrow$   
 pour  $A = A_1$

16.e) On a :

$$\boxed{E[z_1^2] = V(z_1) + E[z_1]^2 = \sigma^2}$$

$$\boxed{E[z_1^3] = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{x^3} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(\frac{x}{\sigma})^2} dx = 0}$$

théorème de transfert ( $x \mapsto x^3 \in \mathcal{C}^0(\mathbb{R})$ )

imparité de l'intégrande

$$E[z_1^4] = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{x^4} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(\frac{x}{\sigma})^2} dx = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{+\infty} \frac{1}{x^4} e^{-\frac{1}{2} \frac{x^2}{\sigma^2}} dx$$

théorème de transfert ( $x \mapsto x^4 \in \mathcal{C}^0(\mathbb{R})$ )

parité de l'intégrande

la fonction

On a l'intégrande est  $\mathcal{C}^0$  sur  $\mathbb{R}_+$ , l'intégrande est définie et  $\forall x \mapsto \frac{1}{x^2}$  est  $\mathcal{C}^0(\mathbb{R}_+)$

On a donc par un changement de variable licite  $u = \frac{x}{\sqrt{2}\sigma}$

$$E[z_1^4] = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}} \int_0^{+\infty} \frac{\sqrt{2} u^2 e^{-u^2}}{2\sqrt{u}} du = \frac{1 \cdot \sigma}{\sqrt{\pi}} \int_0^{+\infty} u^{\frac{5}{2}-1} e^{-u} du$$

$$= \frac{\sigma}{\sqrt{\pi}} \Gamma\left(\frac{5}{2}\right)$$

$$= \frac{\sigma}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{3}{2} \cdot \Gamma\left(\frac{3}{2}\right) \frac{1}{2}$$

$$= \frac{3\sigma \cdot \sqrt{\pi}}{\sqrt{\pi} \cdot 2}$$

Donc  $\boxed{E[z_1^4] = \frac{3}{2} \sigma^2}$

Q16.f) On a:

$$T_1 + 2T_2 = \sum_{i=1}^n Q_{i,i} z_i^2 + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=i+1}^n Q_{i,j} z_i z_j$$

On a aussi:

~~$$T = \|Qz\|^2 = \left( \sum_{i=1}^n Q_i z_i \right)^2$$
$$= \sum_{i=1}^n Q_i z_i^2$$~~

$$\begin{aligned} T = \|Qz\|^2 &= z^t Q Q z \\ &= \left( \sum_{i=1}^n Q_i z_i \right)^2 \\ &= \sum_{i=1}^n Q_{i,i} z_i^2 + 2 \sum_{\substack{(i,j) \in \mathcal{C}(n) \\ i < j}} Q_{i,j} z_i z_j \end{aligned}$$

Donc  $T = T_1 + 2T_2$

Donc:

$$E[T] = E[T_1] + 2E[T_2]$$

$$= \sum_{i=1}^n Q_{i,i} E[z_i^2] + \sum_{i=1}^n \sum_{j=i+1}^n Q_{i,j} E[z_i z_j]$$

$$= \sum_{i=1}^n Q_{i,i} \sigma^2 + 0$$

$z_i$  est indépendante de  $z_j$  si  $i \neq j$

$E[T] = \sum_{i=1}^n Q_{i,i} \sigma^2$

Q 16) i)

$T$  est une variable aléatoire admettant une espérance et est positive (Q 16.a)  $\|QZ\| \geq 0$  Donc par inégalité de Markov:

$$\forall \beta > 0, \quad \mathbb{P}(T > \beta) \leq \frac{\mathbb{E}(T)}{\beta}$$

On pose  $\beta = (1+\alpha)\rho\sigma^2$ . On a:

$$\mathbb{P}(T > (1+\alpha)\rho\sigma^2) \leq \frac{\sum_{i=1}^n Q_{ii}\sigma^2}{(1+\alpha)\rho\sigma^2}$$

# Copie anonyme - n°anonymat :

Code épreuve : 282

Nombre de pages : 22

Session : 2025

Emplacement  
QR Code

Épreuve de : *Mathématiques Approfondies*

Consignes

- Remplir soigneusement l'en-tête de chaque feuille avant de commencer à composer
- Rédiger avec un stylo non effaçable bleu ou noir
- Ne rien écrire dans les marges (gauche et droite)
- Numéroté chaque page (cadre en bas à droite)
- Placer les feuilles A3 ouvertes, dans le même sens et dans l'ordre

Q16.g) On a :

$$E[T_1 T_2] = E \left[ \sum_{(k,i) \in \{1, \dots, n\}} \sum_{j=i+1}^n Q_{k,k} Q_{i,j} z_k^2 z_i z_j \right]$$

indépendance  $\hookrightarrow$

$$= E \left[ \prod_{k=1}^n \prod_{j=k+1}^n Q_{k,k} Q_{k,j} z_k^2 z_k z_j \right]$$

indépendance  $\hookrightarrow$

car  $k < j \Rightarrow = 0$

Donc  $E[T_1 T_2] = 0$

Q16.h) On a :

$$E[T_1^2] = E \left[ \left( \sum_{i=1}^n Q_{i,i} z_i^2 \right)^2 \right]$$

$$= \sum_{i=1}^n E[z_i^4] Q_{i,i}^2 + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=i+1}^n E[z_i] E[z_j] Q_{i,i} Q_{j,j}$$

$$= 9 \frac{3}{2} \epsilon + 2 \underline{\hspace{10em}}$$

# Copie anonyme - n°anonymat :

Code épreuve : 282

Nombre de pages : 22

Session : 2025

Emplacement  
QR Code

Épreuve de : Mathématiques Approfondies

Consignes

- Remplir soigneusement l'en-tête de chaque feuille avant de commencer à composer
- Rédiger avec un stylo non effaçable bleu ou noir
- Ne rien écrire dans les marges (gauche et droite)
- Numéroté chaque page (cadre en bas à droite)
- Placer les feuilles A3 ouvertes, dans le même sens et dans l'ordre

Q 23.d) Python

i)

```
def FoncSom(alpha, y, lda): # on suppose alpha une liste
    F = np.array([(alpha[i]**2 * y[i]**2) / (lda + alpha[i]**2)
                  for i in range(1, len(alpha)+1)])
    return (np.sum(F) - 1)
```

23. d) ii)

```
def CalcBeta(alpha, y, epsilon):
    a, b = 0, (1/4) * np.sum(np.array([y[i]**2 for i in range
    1, len(alpha)+1 (1, len(alpha)+1)]))
    while (b - a) / 2 > eps:
        c = (a + b) / 2
        if FoncSom(alpha, y, c) * FoncSom(alpha, y, a):
            b = c
        else:
            a = c
    return ((a + b) / 2)
```

23. d. iii) On a:

```
def CalcSolution(alpha, y, epsilon):
    B = np.zeros(np.shape(y)[0])
    for i in range(len(alpha), np.shape(y)[0]):
        B[i] = alpha[i]
```

```
def CalcSolution(alpha, y, epsilon):
    n = np.shape(y)[0]
    B = np.zeros(n)
    for i in range(len(alpha)):
        B[i] = alpha[i]
    V = np.zeros(n)
    for i in range(len(alpha)):
        V[i] = (alpha[i] * y[i]) \ (CalcBeta(alpha, y, epsilon) +
        alpha[i] * 2)
    return y - np.dot(B, V)
```